



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ГЕОДЕЗИИ И КАРТОГРАФИИ
(МИИГАиК)

Факультет геоинформатики и информационной безопасности
Кафедра высшей математики



**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 5387FD2AF5B17FED816FDE9A1D4973B1
Владелец: Степанченко Алексей Леонидович
Действителен: с 21.07.2025 по 14.10.2026

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор
А. Л. Степанченко
16 февраля 2024 г.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ БЛОК
«Б1.О.10.01 МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»**

Уровень высшего образования: бакалавриат

Направление подготовки: 10.03.01 Информационная безопасность

Направленность(профиль) подготовки: Организация и технология защиты информации

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Год набора (приема на обучение): 2024

Срок получения образования: 4 года

Объем:
в зачетных единицах: 6 з.е.
в академических часах: 216 ак.ч.

Москва, 2024

Разработчики:

Доцент кафедры Высшей математики, к.н., доцент Королева Т. М.

Доцент кафедры Высшей математики, к.н. Гонжа Е. А.

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) составлен в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 10.03.01 Информационная безопасность, утвержденного приказом Минобрнауки от 17.11.2020 № 1427

Согласование и утверждение

№	Подразделение	Ответственное лицо	ФИО	Виза	Дата, протокол (при наличии)
1	факультет Геоинформатики и информационной безопасности	Председатель ученого совета факультета	Матерухин А. В.	Рассмотрено	14.12.2023, № 7-23

1. Планируемые результаты обучения, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

ОПК-3 Способен использовать необходимые математические методы для решения задач профессиональной деятельности

ОПК-3.1 Выбирает и использует соответствующие ресурсы, современные методики и оборудование для проведения экспериментальных исследований и измерений

Знать:

ОПК-3.1/Зн7 Источники информации, содержащие сведения об используемом в геодезии математическом аппарате

Уметь:

ОПК-3.1/Ум4 Выявлять направления поиска информации, необходимой для решения профессиональных задач

Владеть:

ОПК-3.1/Нв3 Базовыми знаниями Высшей математики, для обеспечения возможности эффективного проведения комплекса исследовательских мероприятий, направленных на решение профессиональных задач

ОПК-3.2 Обрабатывает и представляет полученные экспериментальные данные для получения обоснованных выводов

Знать:

ОПК-3.2/Зн5 Фундаментальные принципы, лежащие в основе геодезической науки

Уметь:

ОПК-3.2/Ум4 Идентифицировать наиболее оптимальный математический аппарат для решения конкретной задачи

Владеть:

ОПК-3.2/Нв3 Навыками решения исследовательских задач в профессиональной деятельности

2. Показатели и критерии оценивания компетенций

Планируемые результаты освоения программы	Уровень овладения	Критерии оценивания (перечень сформированных ИДК/ЗУВ по уровням освоения)
---	-------------------	---

ОПК-3 Способен использовать необходимые математические методы для решения задач профессиональной деятельности	Повышенный	ИДК ОПК-3.1 Выбирает и использует соответствующие ресурсы, современные методики и оборудование для проведения экспериментальных исследований и измерений Знать: ОПК-3.1/Зн7 Источники информации, содержащие сведения об используемом в геодезии математическом аппарате Уметь: ОПК-3.1/Ум4 Выявлять направления поиска информации, необходимой для решения профессиональных задач Владеть: ОПК-3.1/Нв3 Базовыми знаниями Высшей математики, для обеспечения возможности эффективного проведения комплекса исследовательских мероприятий, направленных на решение профессиональных задач ИДК ОПК-3.2 Обработывает и представляет полученные экспериментальные данные для получения обоснованных выводов Знать: ОПК-3.2/Зн5 Фундаментальные принципы, лежащие в основе геодезической науки Уметь: ОПК-3.2/Ум4 Идентифицировать наиболее оптимальный математический аппарат для решения конкретной задачи Владеть: ОПК-3.2/Нв3 Навыками решения исследовательских задач в профессиональной деятельности
	Базовый	ИДК ОПК-3.1 Выбирает и использует соответствующие ресурсы, современные методики и оборудование для проведения экспериментальных исследований и измерений Знать: ОПК-3.1/Зн7 Источники информации, содержащие сведения об используемом в геодезии математическом аппарате Уметь: ОПК-3.1/Ум4 Выявлять направления поиска информации, необходимой для решения профессиональных задач

		ИДК ОПК-3.2 Обработывает и представляет полученные экспериментальные данные для получения обоснованных выводов Знать: ОПК-3.2/Зн5 Фундаментальные принципы, лежащие в основе геодезической науки Уметь: ОПК-3.2/Ум4 Идентифицировать наиболее оптимальный математический аппарат для решения конкретной задачи
	Пороговый	ИДК ОПК-3.1 Выбирает и использует соответствующие ресурсы, современные методики и оборудование для проведения экспериментальных исследований и измерений Знать: ОПК-3.1/Зн7 Источники информации, содержащие сведения об используемом в геодезии математическом аппарате ИДК ОПК-3.2 Обработывает и представляет полученные экспериментальные данные для получения обоснованных выводов Знать: ОПК-3.2/Зн5 Фундаментальные принципы, лежащие в основе геодезической науки

3. Шкала оценивания

Оценка	Критерии оценивания (перечень сформированных ИДК/ЗУВ)
Отлично	ОПК-3.1 Выбирает и использует соответствующие ресурсы, современные методики и оборудование для проведения экспериментальных исследований и измерений ОПК-3.1/Зн7 Источники информации, содержащие сведения об используемом в геодезии математическом аппарате ОПК-3.1/Ум4 Выявлять направления поиска информации, необходимой для решения профессиональных задач ОПК-3.1/Нв3 Базовыми знаниями Высшей математики, для обеспечения возможности эффективного проведения комплекса исследовательских мероприятий, направленных на решение профессиональных задач ОПК-3.2 Обработывает и представляет полученные экспериментальные данные для получения обоснованных выводов ОПК-3.2/Зн5 Фундаментальные принципы, лежащие в основе геодезической науки ОПК-3.2/Ум4 Идентифицировать наиболее оптимальный математический аппарат для решения конкретной задачи ОПК-3.2/Нв3 Навыками решения исследовательских задач в профессиональной деятельности

Хорошо	ОПК-3.1 Выбирает и использует соответствующие ресурсы, современные методики и оборудование для проведения экспериментальных исследований и измерений ОПК-3.1/Зн7 Источники информации, содержащие сведения об используемом в геодезии математическом аппарате ОПК-3.1/Ум4 Выявлять направления поиска информации, необходимой для решения профессиональных задач ОПК-3.2 Обрабатывает и представляет полученные экспериментальные данные для получения обоснованных выводов ОПК-3.2/Зн5 Фундаментальные принципы, лежащие в основе геодезической науки ОПК-3.2/Ум4 Идентифицировать наиболее оптимальный математический аппарат для решения конкретной задачи
Удовлетворительно	ОПК-3.1 Выбирает и использует соответствующие ресурсы, современные методики и оборудование для проведения экспериментальных исследований и измерений ОПК-3.1/Зн7 Источники информации, содержащие сведения об используемом в геодезии математическом аппарате ОПК-3.2 Обрабатывает и представляет полученные экспериментальные данные для получения обоснованных выводов ОПК-3.2/Зн5 Фундаментальные принципы, лежащие в основе геодезической науки
Неудовлетворительно	Результаты обучения не сформированы на достаточном уровне

4. Контрольные мероприятия по дисциплине

Вид контроля	Форма контроля/Оценочное средство
Текущий контроль	Контрольная работа Решение задач
Промежуточная аттестация	Экзамен

№ п/п	Наименование раздела	Контролируемые ИДК	Вид контроля/ используемые оценочные материалы	
			Текущий	Промежут. аттестация
1	Введение в математический анализ	ОПК-3.1 ОПК-3.2	Контрольная работа	Экзамен
2	Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной	ОПК-3.1 ОПК-3.2	Контрольная работа	Экзамен
3	Интегральное исчисление функции одной переменной	ОПК-3.1 ОПК-3.2	Контрольная работа	Экзамен
4	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	ОПК-3.1 ОПК-3.2	Решение задач	Экзамен
5	Кратные интегралы	ОПК-3.1 ОПК-3.2	Решение задач	Экзамен
6	Ряды	ОПК-3.1 ОПК-3.2	Решение задач	Экзамен

5. Порядок проведения промежуточной аттестации

Порядок проведения промежуточной аттестации регламентируется локальными нормативными актами Университета:

- Положением о формах, периодичности, порядке текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по основным образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный университет геодезии и картографии», п.6 «Организация и проведение промежуточной аттестации».

- Положением о порядке осуществления образовательного процесса, проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный университет геодезии и картографии», п.8 «Проведение промежуточной аттестации с применением ЭО и ДОТ».

Промежуточная аттестация: Экзамен, 1 семестр.

Промежуточная аттестация: Экзамен, 3 семестр.

6. Оценочные материалы текущего контроля

Раздел 1. Введение в математический анализ

Контролируемые ИДК: ОПК-3.1 ОПК-3.2

Тема 1.4. Непрерывность функций

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Найдите область определения функции

$$y = \lg\left(\frac{x-5}{x^2-10x+24}\right) - \sqrt[3]{x+5}.$$

2. Определите, является ли данная функция четной, нечетной или функцией общего вида

$$y = 7\sin 3x + \cos 3x$$

3. Постройте графики функций

$$y = |2x+1| + |x-1|, \quad y = |\arcsin 2|x|| - \frac{\pi}{2}$$

4. Исходя из определения предела числовой последовательности, докажите, что

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^2 + n + 1}{2n^2 + n + 1} = \frac{3}{2}$$

5. Вычислите пределы

$$\text{а) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2n^2 + n + 5}{2n^2 + n + 1} \right)^{3n^2}; \quad \text{б) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{n^5 + 3} + \sqrt{n-2}}{\sqrt[4]{n^4 + 2} - \sqrt{n-2}}; \quad \text{в) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2 + 4n^2}{5 + 8n^2} \right)^{\frac{n+1}{2}};$$

$$\text{г) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(1+3n)^3 - 27n^3}{(1+4n)^2 + 2n^2}; \quad \text{д) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3(n+2)! - (n+1)n!}{n(n+1)!}; \quad \text{е) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4^{2n+1} + 2^{2n}}{2^{2n+3} - 5^{2n}};$$

$$\text{ё) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n\sqrt[3]{3n+4} - \sqrt[3]{3(n^2+1)^2}}{1 + \sqrt[3]{n+2}};$$

$$\text{ж) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2 + 4 + 6 + \dots + 2n}{1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1)};$$

$$\text{з) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[4]{n^3} \cos n}{n}; \quad \text{и) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{n} + \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^3} + \dots + \frac{n}{n^n} \right).$$

$$3) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n+5}, \quad 4) \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \dots + \frac{1}{5^n} \right).$$

6. Вычислите пределы

$$\begin{aligned} & \text{а) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 4x^2 - 3x + 18}{x^3 - 5x^2 + 3x + 9}; \\ & \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sqrt{x^2 + 2x + 1}}{2x - 1}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 1}{x^4 - x^2 + x + 12}; \\ & \text{г) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13} - 2\sqrt{x+1}}{x^2 - 9}; \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 5x + 6} - x); \\ & \text{е) } \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 5x}{\sin 3x}; \quad \text{ё) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 - x + 1}{2x^2 + 1} \right)^{x+2}; \quad \text{ж) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos 2x}{\ln \cos 5x}; \\ & \text{з) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin x - \cos x}{1 + \sin 3x - \cos 3x}; \quad \text{и) } \lim_{x \rightarrow 2} \sin \frac{x-2}{2} \operatorname{tg} \frac{\pi x}{4}. \end{aligned}$$

7. Вычислите пределы, используя эквивалентные бесконечно малые

$$\begin{aligned} & \text{а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\operatorname{tg}^2 3x}{2x \arcsin x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \left(\frac{\sin x}{2} + 1 \right)}{e^{3x} - 1}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 5x}{7^x - e^{-x}}; \\ & \text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{\sin x} - 1}{\ln(1 + \operatorname{arctg} 6x)}; \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x \cdot (e^{\sin 3x} - 1)}{\sqrt{1 - \cos x} (\sqrt{1+x} - 1)}; \quad \text{е) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{\ln x}; \\ & \text{ё) } \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{1 + \cos 2\pi x}{\operatorname{tg}^2 2\pi x}; \quad \text{ж) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin 3\pi x}{\sin 8\pi x}; \quad \text{з) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + \sin x \cos 3x}{1 + \sin x \cos 2x} \right)^{\frac{1}{\sin^3 x}}; \\ & \text{и) } \lim_{x \rightarrow +\infty} x (\ln(x+3) - \ln x). \end{aligned}$$

8. Исследуйте данные функции на непрерывность, найдите точки разрыва, установите их род, найдите скачки в точках разрыва первого рода, доопределите функцию по непрерывности в точках устранимого разрыва

$$\begin{aligned} & \text{а) } f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}; \quad \text{б) } f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}; \quad \text{в) } f(x) = \begin{cases} |x|, & \text{при } x < 2, \\ x + 2, & \text{при } x \geq 2; \end{cases} \\ & \text{г) } f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & \text{при } x \neq 0, \\ 2, & \text{при } x = 0; \end{cases} \quad \text{д) } f(x) = \frac{\sin |x|}{x} e^{\frac{1}{\pi-x}}. \end{aligned}$$

Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной

Контролируемые ИДК: ОПК-3.1 ОПК-3.2

Тема 2.5. Исследование функций методами дифференциального исчисления

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Найдите производную функции

$$y = \lg \left(\frac{x-5}{x^2 - 10x + 24} \right) - \sqrt[3]{x+5}.$$

2. Вычислите пределы, используя правило Лопиталья

$$\begin{aligned} & \text{а) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1 + \ln x}{7^x - 7}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(x-2)}{\ln(e^x - e^2)}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \arcsin x \cdot \operatorname{ctg} x; \\ & \text{г) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{x - \frac{\pi}{2}}; \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\pi - 2 \operatorname{arctg} x}{\operatorname{tg} x}; \quad \text{е) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{x - \frac{\pi}{2}}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} (\cos 2x)^{\frac{1}{x^2}}; \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln \ln x}{\frac{1}{x}}; \quad \text{е) } \lim_{x \rightarrow 0+} \sqrt[n]{x} \ln^m x; \quad \text{ё) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{x}; \\ & \text{ж) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\operatorname{tg} x)^{2x-\pi}; \quad \text{з) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x-x^4} - \sqrt[3]{x}}{1 - \sqrt[4]{x^3}}; \quad \text{и) } \lim_{x \rightarrow 3} \sin(x-3) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{6}. \end{aligned}$$

3. Пользуясь формулой Тейлора, линеаризуйте функцию

$$y = e^{\sin x}, \text{ если } x_0 = 0$$

4. Исследуйте функцию на экстремум

$$y = \frac{4x}{x^2 + 4}$$

5. Исследуйте функцию и постройте график

$$y = \sqrt[3]{(x+1)^2} - \sqrt[3]{(x-1)^2}$$

6. Вычислите

$$\text{а) } \cos 46^\circ 15'; \quad \text{б) } \sqrt{16,28}.$$

Раздел 3. Интегральное исчисление функции одной переменной

Контролируемые ИДК: ОПК-3.1 ОПК-3.2

Тема 3.6. Геометрические приложения определенного интеграла

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Найдите следующие интегралы

$$\begin{aligned} & 1. \int \left(2 - x\sqrt[3]{x} + \frac{3}{x} \right) dx; \quad \int \frac{(\sqrt{2x} - \sqrt[3]{3x})^2}{x} dx; \quad \int \left(5^x - \frac{1}{x^3} \right) dx; \\ & \int (2 \operatorname{tg} x + 3 \operatorname{ctg} x)^2 dx. \\ & 2. \int x\sqrt[3]{6x^2+1} dx; \quad \int x e^{-2x^2} dx; \quad \int \frac{\sqrt{\ln 2x+3}}{x} dx; \quad \int \frac{\sin 2x dx}{\sqrt[5]{\cos^2 2x}}. \\ & 3. \int \frac{dx}{x^2-6x}; \quad \int \frac{(4-3x) dx}{5x^2+6x+18}; \quad \int \frac{dx}{\sqrt{4-6x-3x^2}}; \quad \int \frac{x dx}{\sqrt{2-11x+3x^2}}. \\ & 4. \int \frac{e^{\frac{x}{2}} dx}{\sqrt{16-e^x}}; \quad \int \frac{dx}{e^{2x}+1}; \quad \int \frac{dx}{x\sqrt{4x+x^2-1}}; \quad \int \frac{dx}{(x-2)\sqrt{2x+x^2}}. \\ & 5. \int (3x-x^2) \cos 2x dx; \quad \int x^2 \ln^2(x+1) dx; \quad \int \frac{x^2 dx}{e^{2x}}; \quad \int (e^{2x}+4) \sin 3x dx; \\ & \int \arcsin(3x+1) dx. \end{aligned}$$

2. Найдите следующие интегралы

$$\begin{aligned} & 6. \int \frac{x^5+2x^4-2x^3+5x^2-7x+9}{x(x+3)(x-1)} dx; \quad \int \frac{2x^3+x+1}{x^3(x+1)} dx; \\ & \int \frac{2x^3+7x^2+7x+9}{(x^2+x+1)(x^2+x+2)} dx; \quad \int \frac{(2x+5) dx}{(x^2+3x)(x^2+x+1)}. \\ & 7. \int \frac{\cos x - \sin x}{(1+\sin x)^2} dx; \quad \int \cos^5 x \sin^2 x dx; \quad \int \frac{4 \operatorname{tg} x - 5}{4 \cos^2 x - \sin 2x + 1} dx; \\ & \int \sin 3x \sin 7x \cos 7x dx. \end{aligned}$$

$$8. \int \frac{\sqrt[3]{x^2} - 5\sqrt{x}}{2\sqrt[6]{x^2} + 4} dx; \quad \int \frac{4 + \sqrt[3]{\frac{x-1}{2}}}{x-1 + \sqrt[3]{\left(\frac{x-1}{2}\right)^2}} dx; \quad \int \frac{(12x^3 + 5x^2 - 2) dx}{\sqrt{x^2 + 5x + 4}};$$

$$\int \sqrt{16 - x^2} dx.$$

3. Вычислите следующие интегралы

$$\begin{aligned} \text{а)} & \int_1^5 \cos 5x dx; \quad \int_0^9 e^{-\frac{8x}{9}} dx; \quad \int_0^{\sqrt{3}} x \sqrt{1+x^2} dx; \quad \int_1^{\sqrt{e}} \frac{dx}{x \sqrt{1 - \ln^2 x}}; \\ \text{б)} & \int_{-3}^1 (4-x) \cos \frac{x}{3} dx; \quad \int_2^5 \ln \frac{x}{2} (3x+2) dx; \quad \int_0^1 (5-2x) e^{-\frac{x}{2}} dx; \quad \int_0^1 x \cdot \operatorname{arctg} x dx; \\ \text{в)} & \int_0^1 \frac{3x^4 + 3x^2 + 1}{x^2 + 1} dx; \quad \int_2^3 \frac{2x^2 + 4}{x^3 - x^2 - x + 1} dx; \quad \int_0^2 \frac{dx}{(x+1)(x^2+4)}; \\ & \int_4^5 \frac{dx}{(x-1)(x+2)}; \\ \text{г)} & \int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2 + 2x + 3}; \quad \int_3^5 \frac{x^2 dx}{\sqrt{8x - x^2 - 15}}; \quad \int_4^5 \frac{x dx}{x^4 - 4x^2 + 3}; \quad \int_{-\frac{1}{3}}^0 \frac{dx}{\sqrt{2 - 6x - 9x^2}}; \\ \text{д)} & \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin^2 x + 1} dx; \quad \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x} dx; \quad \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{(1 + \operatorname{tg} x) dx}{\sin 2x}; \quad \int_0^{\frac{\pi}{8}} \sin x \sin 3x dx; \\ \text{е)} & \int_0^{\ln 2} \frac{dx}{e^x (3 + e^{-x})}; \quad \int_3^8 \frac{1 + \sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1} - 1} dx; \quad \int_0^4 \frac{dx}{1 + \sqrt{2x+1}}; \quad \int_{-1}^1 \frac{x dx}{\sqrt{5-4x}}. \end{aligned}$$

4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной астроидой

$$\begin{cases} x = \cos^3 t, \\ y = \sin^3 t. \end{cases}$$

5. Вычислите длину кривой

$$y = x^2 \text{ на отрезке } [0; 2]$$

6. Вычислите следующие несобственные интегралы или докажите их расходимость

$$\text{а)} \int_0^{+\infty} \frac{3-x^2}{x^2+4} dx; \quad \text{б)} \int_0^1 \frac{2e^{1-\frac{2}{\pi} \arcsin x}}{\pi \sqrt{1-x^2}} dx.$$

Раздел 4. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Контролируемые ИДК: ОПК-3.1 ОПК-3.2

Тема 4.1. Функции нескольких переменных

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите и изобразите область определения функции

$$z = \sqrt{\sin \pi (x^2 + y^2)}.$$

Тема 4.2. Производные и дифференциалы функции нескольких переменных

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите значения частных производных функции до второго порядка включительно в точке

$$A = \left(\frac{1}{2}, 1 \right), \text{ если } z = \sqrt{2xy + y^2}.$$

Тема 4.3. Дифференцирование сложных и неявных функций

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите производные неявно заданной функции

$$\frac{z}{xy} = z^3.$$

Тема 4.4. Геометрические приложения частных производных

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности

$$z = \operatorname{arctg} \left(\frac{x}{y} \right) \text{ в точке } M_0 = \left(1, 1, \frac{\pi}{4} \right).$$

Тема 4.5. Экстремум функции нескольких переменных

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Исследуйте на экстремум функцию

$$z = (2x - x^2)(2y - y^2).$$

Тема 4.6. Скалярное поле

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Решите задачу

Найдите угол между градиентами функции $z = \arcsin \left(\frac{x}{x+y} \right)$ в

точках $M_1 = (1, 1)$ и $M_2 = (3, 4)$, а также производную функции z в

точке M_1 по направлению к точке M_2 .

Раздел 5. Кратные интегралы

Контролируемые ИДК: ОПК-3.1 ОПК-3.2

Тема 5.1. Двойной интеграл

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. В данном повторном интеграле измените порядок интегрирования. Изобразите область интегрирования.

$$\int_{-6}^{-3} dy \int_0^{\sqrt{36-y^2}} f(x, y) dx + \int_{-3}^0 dy \int_0^{\sqrt{-12y-y^2}} f(x, y) dx$$

Тема 5.2. Тройной интеграл

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Вычислите тройной интеграл

$$\iiint_V (y^2 + x^3 - z) dx dy dz, \text{ где } V: 0 \leq x \leq 2, -1 \leq y \leq 0, 0 \leq z \leq 1.$$

Тема 5.3. Приложения кратных интегралов

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Вычислите массу тела V , ограниченного поверхностями

$$x^2 + y^2 = \frac{1}{49}z^2, \quad x^2 + y^2 = \frac{1}{7}z, \quad x = 0, \quad y = 0 \quad (x \geq 0, y \geq 0),$$

где $\mu = 10xz$ – плотность тела.

2. Вычислить массу пластины D , ограниченной данными кривым

$$x^2 + y^2 = 1, \quad x^2 + y^2 = 16, \quad x = 0, \quad y = 0 \quad (x \geq 0, y \geq 0),$$

где $\mu = \frac{3y + x}{x^2 + y^2}$ – поверхностная плотность.

Раздел 6. Ряды

Контролируемые ИДК: ОПК-3.1 ОПК-3.2

Тема 6.1. Числовые ряды

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{90}{4n^2 + 8n - 5}.$$

2. Исследуйте сходимость рядов

$$\begin{aligned} & \text{а) } \sum_{n=1}^{+\infty} n^2 \left(e^{\frac{1}{2n^3}} - 1 \right); \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{+\infty} \operatorname{tg} \frac{\pi}{3^n}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n n!}{n^n}; \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\arcsin \frac{n+3}{2n+5} \right)^n; \\ & \text{д) } \sum_{n=1}^{+\infty} n^7 \left(\frac{9}{10} \right)^n; \quad \text{е) } \sum_{n=1}^{+\infty} n \left(\frac{2n^3 + n}{3n^3 - 1} \right)^{n^2}; \quad \text{ё) } \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{n^2}{(n^3 + 2) \ln^2 n}; \\ & \text{ж) } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(5n+8) \ln^3(5n+8)}; \quad \text{з) } \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{(n+1)n}; \quad \text{и) } \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1} \left(\frac{n}{3n+1} \right)^{n^2}. \end{aligned}$$

Тема 6.2. Функциональные ряды

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите области сходимости функциональных рядов

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin((2n-1)x)}{(2n-1)^2}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{6^n}{n^2(x^2 - 2x + 6)^n}.$$

Тема 6.3. Тригонометрические ряды

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Разложите в ряд Тейлора функцию

$$f(x) = 2x^3 + x^2 - 4x, \text{ если } x_0 = -2.$$

2. Разложите в ряд Фурье функцию на отрезке

$$f(x) = x^2 \text{ на отрезке } [-\pi, \pi].$$

3. Разложите в ряд Фурье периодическую (с периодом 4) функцию

$$f(x) = \begin{cases} 1+x, & \text{при } -2 < x \leq 0, \\ -1, & \text{при } 0 < x \leq 2. \end{cases}$$

7. Оценочные материалы промежуточной аттестации

I семестр, Экзамен

Контролируемые ИДК: ОПК-3.1 ОПК-3.2

Вопросы/Задания:

1. Вычислите

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \operatorname{tg}^2 3x}{2x \arcsin x};$$

2. Сформулировать определения или свойства

Функция. График функции. Способы задания функции. Основные характеристики функции: монотонность, четность, периодичность

3. Сформулировать определения или свойства

Основные элементарные функции; (Степенная, тригонометрические, обратные – тригонометрические, показательная, логарифмическая) их свойства и графики

4. Сформулировать определения или свойства

Дифференцирование неявно заданных функций.

Понятие дифференциала функций.

5. Сформулировать определения или свойства

Прием логарифмического дифференцирования.

Асимптоты графика функции

6. Сформулировать определения или свойства

Замена переменной в определённом интеграле

Интегрирование по частям в определённом интеграле

7. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Признаки существования пределов: теорема о пределе промежуточной функции (доказательство); теорема о пределе монотонной функции

8. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Непрерывность функции в точке и на промежутке

Точки разрыва функции и их классификация

9. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Необходимые и достаточные условия возрастания (убывания) функций

Экстремум. Необходимые и достаточные условия существования экстремума

10. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы
Выпуклость графика функции. Точки перегиба

11. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы
Задача о вычислении площади плоской области

12. Вычислите

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^2 + x}$$

13. Найти значение производной функции

$$y = (2x^2 + 2x - 3)/(x^2 - 4x + 2) \text{ в точке } x_0 = 1.$$

14. Вычислить интеграл

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \sin x dx.$$

15. Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой

$$y = 3 - x^2 \text{ и прямой } y = x - 3$$

3 семестр, Экзамен

Контролируемые ИДК: ОПК-3.1 ОПК-3.2

Вопросы/Задания:

16. Сформулировать определения или свойства

Понятие дифференцируемости. Определение дифференциала функции двух переменных

17. Сформулировать определения или свойства

Понятие предела функции двух переменных

Непрерывность функции двух переменных

18. Сформулировать определения или свойства

Определение экстремума функции двух переменных

19. Сформулировать определения или свойства

Определение суммы ряда

Понятие сходящегося ряда

20. Сформулировать определения или свойства

Понятие знакочередующихся и знакопеременных числовых рядов

Понятие абсолютной и условной сходимости числового ряда

21. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Формулы частных производных функций, заданных неявно

Теорема Шварца о равенстве смешанных производных

22. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Теорема о необходимом и достаточном условии дифференцируемости функции

23. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Свойства двойного интеграла

Вычисление двойного интеграла в прямоугольных декартовых координатах

24. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Признаки сходимости знакоположительных числовых рядов: предельный признак сравнения

25. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Ортогональные системы функций. Привести примеры (с доказательством)

Ряд Фурье. Теорема Дирихле

26. Составить уравнения касательной плоскости и нормальной прямой к поверхности

$$z = \sqrt{x^2 + y^2} - xy \text{ в точке } (3, 4, -7).$$

27. Исследовать на экстремум функцию

$$f(x, y) = -x^2 + xy - y^2 - 9y + 6x - 35$$

28. Вычислить двойной интеграл по прямоугольной области

$$\iint_{(D)} (x + y) dx dy, \quad 0 \leq x \leq 1, 1 \leq y \leq 2.$$

29. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \sin \frac{\pi}{2^n}.$$

30. Найти область сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4^n (x+1)^n}{n^2}.$$